

BI-ZDM – zápočtový test č. 1  
varianta G

ZS 2021/2022, FIT ČVUT v Praze

Jméno a příjmení: \_\_\_\_\_

úkol	1	2	3	4	5	celkem
body	2	2	2	2	2	10
získané body						

- Pište čitelně – nečitelné se neboduje.
- Své odpovědi řádně zdůvodněte – za odpověď bez vysvětlení se strhávají body.
- Při použití indukce v základním i indukčním kroku pečlivě napište, co přesně dokazujete.
- Podepište tento i všechny další papíry.

1. (2 body) **Asymptotické chování funkcí**

Ukažte a řádně zdůvodněte, že  $3^n + (-2)^n + n^2 \in \omega(2^n)$

2. (2 body) **Matematická indukce**

Ukažte, že pro všechna kladná přirozená čísla  $n$  platí, že  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$  je dělitelné 133.

3. (2 body) **Množiny**

Dokažte následující vztah pomocí logických formulí:

$$C = (A \cup B \cup C) \setminus ((A \setminus C) \cup (B \setminus C))$$

4. (2 body) **Zobrazení**

Rozhodněte o surjektivitě a injektivitě zobrazení  $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$  daného předpisem

$$f(m, n) = (-7m + 7n + 2, 5m - 5n).$$

5. (2 body) **Induktivně zadané množiny**

Definujme induktivně podmnožinu celých čísel  $S$  takto:

$$(P0) \quad 3^5, 3^{10} \in S,$$

$$(P1) \quad \text{jsou-li } m, n \in S, \text{ pak také } m \cdot n \in S, m/n \in S,$$

a žádná jiná čísla než ta získaná konečným použitím předchozích dvou pravidel množina  $S$  neobsahuje. Dokažte tento vztah:

$$S = \{3^n : n \in \mathbb{Z} \text{ a zároveň } n \text{ je dělitelné } 5\}.$$