

BI-ZDM – zápočtový test č. 1
varianta H

ZS 2021/2022, FIT ČVUT v Praze

Jméno a příjmení: _____

úkol	1	2	3	4	5	celkem
body	2	2	2	2	2	10
získané body						

- Pište čitelně – nečitelné se neboduje.
- Své odpovědi řádně zdůvodněte – za odpověď bez vysvětlení se strhávají body.
- Při použití indukce v základním i indukčním kroku pečlivě napište, co přesně dokazujete.
- Podepište tento i všechny další papíry.

1. (2 body) **Asymptotické chování funkcí**

Ukažte a řádně zdůvodněte, že $(-5)^n + 8^n - n \in \omega(6^n)$

2. (2 body) **Matematická indukce**

Ukažte, že pro všechna kladná přirozená čísla n platí, že $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ je dělitelné 133.

3. (2 body) **Množiny**

Dokažte následující vztah pomocí logických formulí:

$$(A \cup B \cup C) \setminus ((C \setminus B) \cup (A \setminus B)) = B$$

4. (2 body) **Zobrazení**

Rozhodněte o surjektivitě a injektivitě zobrazení $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2$ daného předpisem

$$f(m, n) = (-2m - 3n, 3m + 6n - 3).$$

5. (2 body) **Induktivně zadané množiny**

Definujme induktivně podmnožinu celých čísel S takto:

(P0) $2^{12}, 2^{18} \in S$,

(P1) jsou-li $m, n \in S$, pak také $m \cdot n \in S, m/n \in S$,

a žádná jiná čísla než ta získaná konečným použitím předchozích dvou pravidel množina S neobsahuje. Dokažte tento vztah:

$$S = \{2^n : n \in \mathbb{Z} \text{ a zároveň } n \text{ je dělitelné } 6\}.$$